

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

14. srpnja 2017.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^3}$?
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{9x-1}{\sqrt{9x-1}} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{2}} \sin x dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \ln(x^2 - 2y^2)$ oko $(x_0, y_0) = (3, -2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.03$ i $\Delta y = 0.05$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = 3x^2 + 4x + 5$ i $y = 2x^2 + 2x + 20$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xy^3 + y' \ln x = 2 \quad (b) y' \sin x = 2\sqrt{xy}$$

$$(c) 3\sqrt{y'} \cos x + 2x^3 \sin y = 5x \quad (d) 7 + 2y \tan x = 3y' \sqrt{\ln x}.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

14. srpnja 2017.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Riješite integral

$$\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{8 + \ln x}}.$$

(5 bodova)

(ii) Dvostruki integral

$$\int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\phi \int_0^{\frac{4}{2 \sin \phi + \cos \phi}} r^2 \sin \phi \, dr$$

zapišite u Kartezijevim koordinatama. (Ne trebate računati taj integral.) (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^1 dy \int_{3y^2}^{4-y^2} f(x, y) dx.$$

(2 boda)

(ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

(iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = \frac{1}{4\sqrt{y}}.$$

(5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = e^{\frac{y}{2}} (x^2 + y).$$

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)

(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$2y' - \frac{4}{x}y = \frac{1}{x}.$$

(7 bodova)

(ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y(3) = 2$. (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$2y'' + 12y' + 18y = 0.$$

(2 boda)

(ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$2y'' + 12y' + 18y = 8e^{-2x}.$$

(4 boda)

(iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 3$ i $y'(0) = -3$. (4 boda)